ଅଙ୍କନ
(CONSTRUCTION)

6.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଙ୍କନ ପ୍ରାୟତଃ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପପାଦ୍ୟକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ତତ୍‌ସହିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ଓ ଶେଷ ଭାଗରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ଜଟିଳ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା ହୋଇଛି ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ; ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ; ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ଓ ପରିଲିଖନ; ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଓ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ଇତ୍ୟାଦି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଏତତ୍‌ବ୍ୟତୀତ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ ଓ ବହିର୍ବିଭାଜନ ଓ ଶେଷ ଭାଗରେ ବୃତ୍ତରେ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ଓ ପରିଲିଖନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

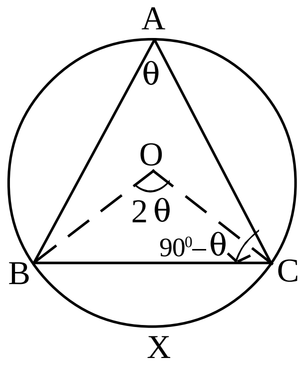
ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଥାଏ । କାରଣ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ସେଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଥାଏ । **(ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି, ବିଶ୍ଳେଷଣ ତଥା ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବା ଅନାବଶ୍ୟକ ।)**

6.2. ଅଙ୍କନ - 1 :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହି ବାହୁର ବିପରୀତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ।

Drawing the circum-circle of a triangle of which the length of one side and the measure of the angle opposite to it are given.

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଦୁଇଗୋଟି ତଥ୍ୟ ଯଥା ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ବାହୁର ବିପରୀତ କୋଣ ପରିମାଣ ଦତ୍ତଥିବାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ। କିନ୍ତୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର। ଏ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ତଥ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଏହି ପରିବୃତ୍ତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିହେବ।



[ଚିତ୍ର 6.1]

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ΔABC ର $\overline{BC}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ପରିମାଣ $m\angle A = \theta^0$ $(\theta^0 < 90^0)$ ଦତ୍ତ ଅଛି।

ଏହି ତଥ୍ୟଦ୍ୱୟକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଏକ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥିତି ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ।

ମନେକର ΔABC ର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OB (ବା OC) ।

$m\angle A = \theta^0$ ହେଲେ, $m\angle BOC = 2\theta$ ହେବ ଅର୍ଥାତ୍ $\overparen{BXC}$ ର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 2θ ହେବ।

($\because$ ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହି କୋଣ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀପରିମାପର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଅଟେ।)

$m\angle OBC = m\angle OCB = \dfrac{180-2\theta}{2} = (90^0 - \theta^0)$

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ A–S–A ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ΔBOC ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ।

ଫଳରେ କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ ପରିବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OB କିମ୍ବା OC ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇପାରିବ।

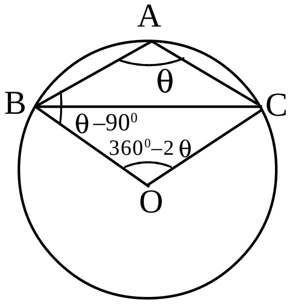
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) BC = a ଏକକ ଏବଂ $m\angle OBC = m\angle OCB = 90^0 - \theta$ ନେଇ ΔOBC ଅଙ୍କନ କର।

(ii) Oକୁ କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ OB (କିମ୍ବା OC) କୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

ବି.ଦ୍ର : (a) $\theta = 90^0$ ହେଲେ BC ବ୍ୟାସ ହେବ। $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ OB କିମ୍ବା OC ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେବ।

(b) $\theta > 90^0$ ହେଲେ (ଚିତ୍ର 6.2) $\overline{BC}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ A ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି ତା'ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କେନ୍ଦ୍ର ଅବସ୍ଥାନ କରିବ।



[ଚିତ୍ର 6.2]

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ $m\angle CBO = m\angle BCO$ $= (\theta - 90^0)$ ଅଙ୍କନ କରି କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OB କିମ୍ବା OC ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର $\overparen{BXC}$ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 2θ ହେଲେ,

$m\angle BOC = 360^0 - 2\theta$ ହେବ।

ଉଦାହରଣ - 1 :

ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 7.5 ସେ.ମି., $m\angle A = 60^0$, AX ମଧ୍ୟମା = 4.5 ସେ.ମି.

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

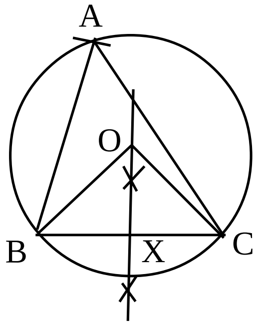
(i) BC ଏବଂ $\angle A$ ର ପରିମାଣକୁ ନେଇ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ X ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iii) X କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି AX ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରିମିତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା ଅଙ୍କିତ ପରିବୃତ୍ତକୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।

(iv) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) ABC ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ।



[ଚିତ୍ର 6.3]

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(a)

1. ΔABCରେ BC = 6 ସେ.ମି., $m\angle A = 45^0$, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

2. ΔABCରେ AC = 7 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

3. ΔABCରେ AB = 6.5 ସେ.ମି., $m\angle C = 90^0$, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

4. ΔABCରେ $m\angle A = 120^0$, BC = 4.5 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

5. ΔABCରେ BC = 7 ସେ.ମି., $m\angle A = 60$, AX ମଧ୍ୟମା = 4.5 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

6. ΔABCରେ $\angle B$ ସମକୋଣ । AC = 7 ସେ.ମି., B ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AC}$ ପ୍ରତିଲମ୍ବ । $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AC}$ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ବିନ୍ଦୁର କେତେ ଗୋଟି ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଲ ?

7. ΔABCରେ BC = 8 ସେ.ମି., $m\angle A = 45^0$, AD ଉଚ୍ଚତା 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

8. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $m\angle B = 60^0$, AC = 6.5 ସେ.ମି. ଏବଂ $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5 ସେ.ମି.

9. ΔABCର $m\angle A = 60^0$, BC = 7 ସେ.ମି., $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ BE = 6.3 ସେ.ମି. Δଟି ଅଙ୍କନ କର ।

10. ΔABCର $m\angle A = 150^0$, BC = 5 ସେ.ମି., AD ଉଚ୍ଚତା = 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

11. ΔABCରେ $m\angle A = 60^0$, b:c = 2:3, BC = 7 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

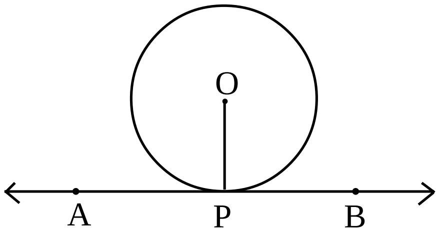
12. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 5.5 ସେ.ମି., କର୍ଣ୍ଣ $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8 ସେ.ମି. ଓ $m\angle DAC = 60^0$ ।

6.3. ଅଙ୍କନ - 2 :

ଦତ୍ତବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ।

(Drawing a tangent to a given circle at a given point on it.)

ବିଶ୍ଳେଷଣ : O ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର। P ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ। $\overline{OP}$ ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ। ମନେକର ବୃତ୍ତର P ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଟେ। (ଚିତ୍ର 6.4)



[ଚିତ୍ର 6.4]

$\therefore$ $m\angle OPA = m\angle OPB = 90^0$ ହେବ।

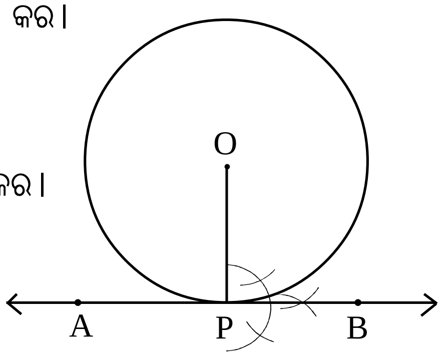
$\because$ ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : (i) ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟନେଇ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ P ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର।

(iii) $\overline{OP}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର।

(iv) $\overline{OP}$ ପ୍ରତି P ବିନ୍ଦୁରେ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{AB}$ ଅଙ୍କନ କର।

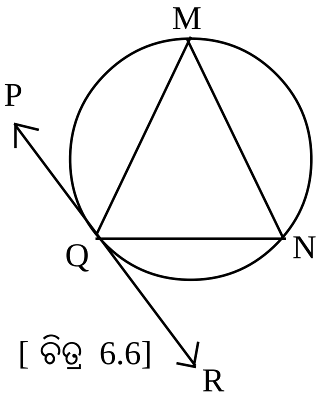


[ଚିତ୍ର 6.5]

ପ୍ରମାଣ : P ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{OP}$ ପ୍ରତି $\overleftrightarrow{AB}$ ଲମ୍ବ ହେତୁ ବୃତ୍ତପ୍ରତ P ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ସ୍ପର୍ଶକ । $\therefore$ $\overleftrightarrow{AB}$ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ପର୍ଶକ।

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

ବିଶ୍ଳେଷଣ : Q ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ। Q ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ମନେକର Q ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{PQR}$ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକ ଏବଂ $\overline{QN}$ ଏବଂ $\overline{QM}$ ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା। M, Nକୁ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି। (ଚିତ୍ର 6.6)



[ଚିତ୍ର 6.6]

$\therefore$ $m\angle NQR = m\angle QMN$ ହେବ।

$\because$ ବୃତ୍ତର ଏକ ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟା ସହିତ ଯେଉଁ ପରିମାଣ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ତା'ର ପରିମାଣ ଉକ୍ତ କୋଣର ଏକାନ୍ତର ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣର (ଅଥବା ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡସ୍ଥ କୋଣର) ପରିମାଣ ସହ ସମାନ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

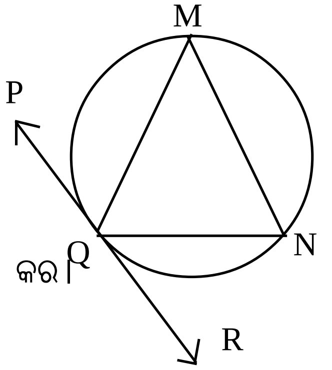
(i) ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟ ଅବଲମ୍ବନ କରି ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ Q ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର।

(iii) $\overline{QM}$, $\overline{QN}$ ଏବଂ $\overline{MN}$ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କର।

(iv) Q ବିନ୍ଦୁରେ $\angle QMN$ ର ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ $\angle NQR$ ଅଙ୍କନ କର।

(v) $\overleftrightarrow{PR}$ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।



ପ୍ରମାଣ : $m\angle NQR = m\angle QMN$ ହେତୁ $\overleftrightarrow{PR}$, Q ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ହେବ।[ଚିତ୍ର 6.7]

ଅଙ୍କନ - 3 :

କୌଣସି ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ।

(Drawing tangent to a given circle from a given point outside it.)

ମନେକର ABC ଏକ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ଏବଂ P ବିନ୍ଦୁରୁ ABC ବୃତ୍ତପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

ସୂଚନା : ପ୍ରଶ୍ନରେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) ଓ ବୃତ୍ତ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ P ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା (x) ଦିଆଯାଏ। ଫଳରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆରମ୍ଭ ପୂର୍ବରୁ ଆମେ

(a) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରୁ ଏବଂ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର O ଚିହ୍ନଟ କରୁ।

(b) O ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{OX}$ ଅଙ୍କନ କରୁ।

(c) Oକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଏବଂ r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରୁ, ଯେପରି ଏହା $\overrightarrow{OX}$ କୁ ଛେଦକରିବ।

(d) ସୋପାନ (c)ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପ ଓ ସୋପାନ (b) ରେ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହିଁ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ P। ଏହିପରି ଆମେ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ଓ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଥାଉ।

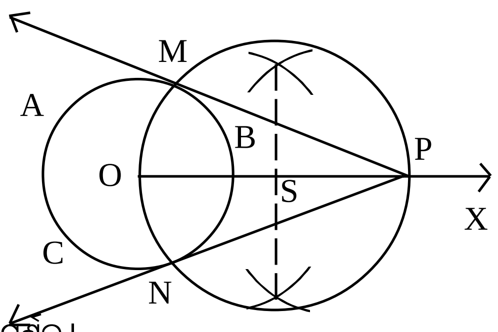
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) $\overline{OP}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ($\overline{OP}$ ର) ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ S ନିରୂପଣ କର।

(ii) Sକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଓ SP (ବା SO)କୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧରୂପେ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

(iii) ସୋପାନ (ii)ରେ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତ ଓ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ଛେଦବିନ୍ଦୁ M ଓ N ଚିହ୍ନଟ କର।

(iv) $\overrightarrow{PM}$ ଓ $\overrightarrow{PN}$ ଅଙ୍କନ କର। $\overrightarrow{PM}$ ଓ $\overrightarrow{PN}$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସ୍ପର୍ଶକ।



[ଚିତ୍ର 6.8]

ପ୍ରମାଣ : $\overline{OM}$, $\overline{ON}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।

$\because$ PMN ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ $\overline{PO}$ $\therefore m\angle PMO = m\angle PNO = 90^0$

ପୁନଶ୍ଚ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ $\overline{OM}$ ଓ $\overline{ON}$ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ $\overline{OM}$ ପ୍ରତି M ଠାରେ $\overrightarrow{PM}$ ଲମ୍ବ ଓ $\overline{ON}$ ପ୍ରତି N ଠାରେ $\overrightarrow{PN}$ ଲମ୍ବ।

$\therefore$ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି $\overrightarrow{PM}$ ଓ $\overrightarrow{PN}$ ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(b)

1. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।
2. 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁର ସାହାଯ୍ୟ ନନେଇ ବୃତ୍ତର କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।
3. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର O ହେଉ। P ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ

ବିନ୍ଦୁ। OP = 7 ସେ.ମି.। P ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟ ମାପି ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର। ଯେପରିକି AB = 4 ସେ.ମି.। $\overline{AB}$ କୁ ବ୍ୟାସ ରୂପେ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। A ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର। ଏହି ସ୍ପର୍ଶକଦ୍ୱୟ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

5.(i) 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O। $\overline{OA}$ ଏବଂ $\overline{OB}$ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $m\angle AOB = 90^0$। $\overleftrightarrow{AX}$ ଓ $\overleftrightarrow{BY}$ ପରସ୍ପରକୁ M ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର। OAMB କି'ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପରୀକ୍ଷା କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ii) 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି କେନ୍ଦ୍ରକୁ 'O' ନାମରେ ନାମିତ କର। $\overline{OA}$ ଏବଂ $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle AOB = 120^0$। A ଓ B ଠାରେ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ P ନାମ ଦିଅ। OAPB ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{OP}$ ଓ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର। କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର।

6. AB = 8 ସେ.ମି. ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ଓ B ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।

7. 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କର। ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ 'P' ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରିକି ବୃତ୍ତର ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଠାରୁ ନିକଟତମ ତାହାର P ଠାରୁ ଦୂରତା 4.5 ସେ.ମି.। P ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ଲେଖ।

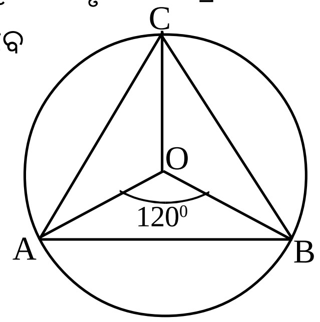
8. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ରୁ $\overline{PA}$ ଓ $\overline{PB}$ ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $m\angle APB = 60^0$ ହେବ ।

6.4. ଅଙ୍କନ-4 : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ (a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (b) ବର୍ଗଚିତ୍ର (c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ। (Inscribing (a) an equilateral triangle (b) a square (c) a regular hexagon in a given circle.)

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇଛି ଯେ ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମାନ ପରିମାଣ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରୁଥିବା ଜ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। ଏଣୁ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ବାହୁମାନେ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମାନ ପରିମାଣର କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବେ। ଯଦି ବହୁଭୁଜଟିର ବାହୁସଂଖ୍ୟା n ହୁଏ ତେବେ

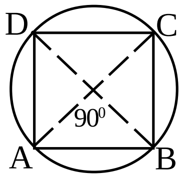
କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ପରିମାଣ = $\frac{360^0}{n}$ ହେବ। ସୁତରାଂ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ,

(a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ ପରିମାଣ = $\frac{360^0}{3} = 120^0$



[ଚିତ୍ର 6.9]

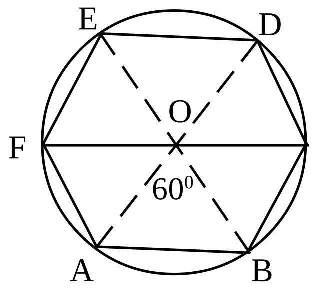
(b) ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ $= \frac{360^0}{4} = 90^0$



[ଚିତ୍ର 6.10]

(c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ

କୋଣ ପରିମାଣ = $\frac{360^0}{6} = 60^0$



[ଚିତ୍ର 6.11]

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

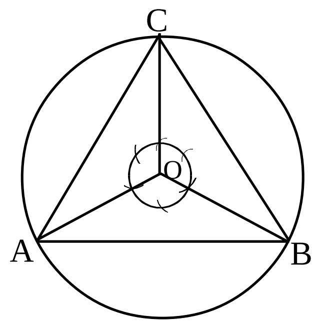
ମନେକରାଯାଉ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେବ।

(a) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

(i) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।

(ii) $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ଉପରେ 120^0 ପରିମିତି $\angle AOB$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।

(iii) $\overline{OB}$ ଉପରେ ପୂର୍ବପରି O ବିନ୍ଦୁରେ ଆଉ ଏକ 120^0 ପରିମିତ କୋଣ $\angle BOC$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।



[ଚିତ୍ର 6.12]

(iv) ଫଳରେ ବୃତ୍ତରେ A, B, C ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ।

(v) ଏହି A, B, C ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ। (ଚିତ୍ର 6.12)

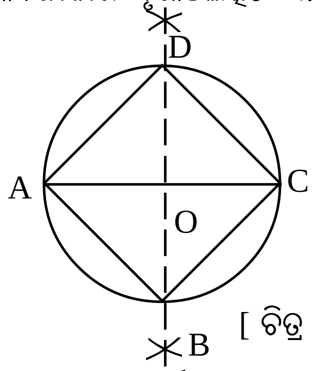
(b) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ଯେକୌଣସି ଏକ ବ୍ୟାସ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର।

(iii) $\overline{AC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର।

(iv) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଚାରିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C, D ଚିହ୍ନଟ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ABCD ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ।(ଚିତ୍ର 6.13)



[ଚିତ୍ର 6.13]

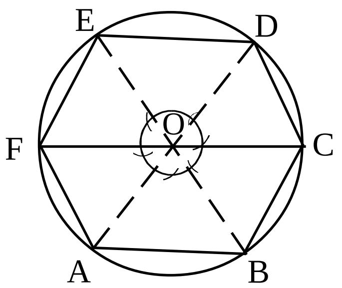
(c) ବୃତ୍ତରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।

(ii) ବୃତ୍ତରେ $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କରି 60^0 ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ $\angle AOB$ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ।

(iii) କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ O ବିନ୍ଦୁରେ $\angle AOB$ ସହ ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$, $\angle EOF$, $\angle FOA$ ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତ ଉପରେ
C, D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର।

(iv) A, B, C, D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗକରି ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର। (ଚିତ୍ର 6.14)



[ଚିତ୍ର 6.14]

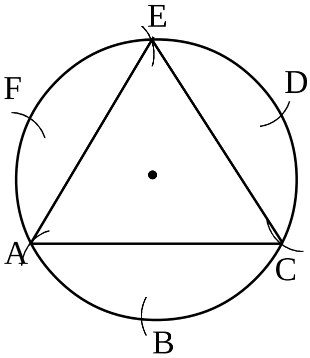
ବିକଳ୍ପ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ

(ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ) :

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତାକୁ A ନାମରେ ନାମିତ କର।

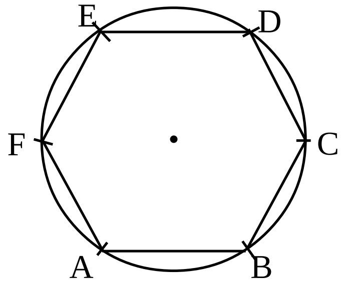
(iii) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିବ ତା'ର ନାମ ଦିଅ B ।



[ଚିତ୍ର 6.15]

(iv) ପୁନଶ୍ଚ ସୋପାନ (iii) ଭଳି B କେନ୍ଦ୍ର ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରି C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର। ଏହିଭଳି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର। ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃତ୍ତଟି ଛଅଗୋଟି ସର୍ବସମ ଚାପରେ ପରିଣତ ହେଲା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0 ହେବ।

(v) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରୁ ଏକାନ୍ତର ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟିକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର। (ହୁଏତ ACE ତ୍ରିଭୁଜ ଅଥବା BDF ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ) ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। (ଚିତ୍ର 6.15)



[ଚିତ୍ର 6.16]

(vi) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ଏକ ସମଷଡ଼ଭୁଜ ABCDEF ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହୋଇପାରିବ। (ଚିତ୍ର 6.16)

6.5. ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ (a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (b) ବର୍ଗଚିତ୍ର (c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ।

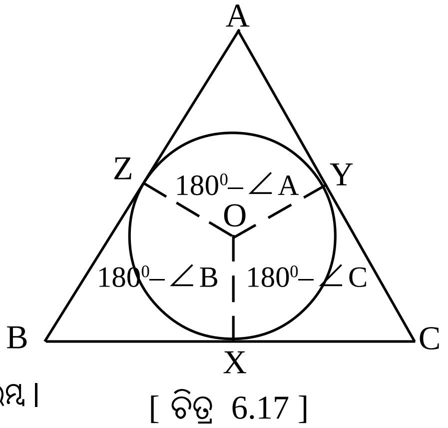
(Construction of (a) an equilateral triangle (b) a square (c) a regular hexagon circumscribing a given circle.)

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ କୌଣସି ବୃତ୍ତକୁ ସ୍ପର୍ଶକଲେ ଉକ୍ତ ବହୁଭୁଜକୁ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ।

ଅଙ୍କନ - 5 :

(a) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ :

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O, କେନ୍ଦ୍ର। OX, OY, OZ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ। ମନେକର ABC ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ପରିଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ ଏବଂ $\overline{AB}$ ଯଥାକ୍ରମେ X, Y, Z ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛନ୍ତି। AZOY ଚତୁର୍ଭୁଜରେ



[ଚିତ୍ର 6.17]

$$\left.\begin{array}{l} m\angle AZO = 90^0 \\ m\angle AYO = 90^0 \end{array}\right\} \because$$ ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ।

$\therefore$ $m\angle ZOY = 360^0 - \{m\angle AZY + m\angle AYZ + m\angle A\}$

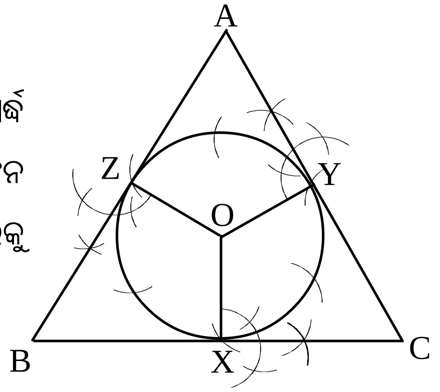
$= 360^0 - \{90^0 + 90^0 + m\angle A\} = 180^0 - m\angle A$

ସେହିପରି ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ $m\angle XOZ = 180^0 - m\angle B$, $m\angle XOY = 180^0 - m\angle C$

$\because$ ABC ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମବାହୁ $\Rightarrow$ $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60^0$

$\therefore$ $m\angle XOY = m\angle YOZ = m\angle ZOX = 120^0$.

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



[ଚିତ୍ର 6.18]

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

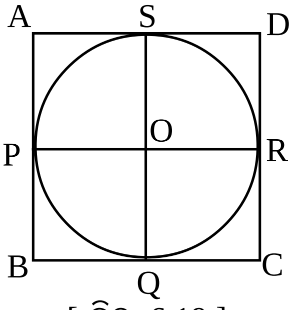
(ii) ବୃତ୍ତର ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଚାପ ଅଙ୍କନ କଲେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ଯାହାକି ବୃତ୍ତକୁ ଛଅଗୋଟି ସର୍ବସମ ଚାପରେ ପରିଣତ କରିବ।

(iii) ଗୋଟିଏ ଛାଡ଼ି ଗୋଟିଏ ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁକୁ O ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ଯୋଗକରି $\overline{OX}$, $\overline{OY}$, $\overline{OZ}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର। ଫଳରେ $m\angle XOY = m\angle YOZ = m\angle ZOX = 120^0$ ହେବ।

(iv) X, Y, Z ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{OX}$, $\overline{OY}$, $\overline{OZ}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ତିନିଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର। ସ୍ପର୍ଶକତ୍ରୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ A, B, C ହେଉ।

(v) ΔABC ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ।

(b) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିଲିଖନ :



[ଚିତ୍ର 6.19]

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O, କେନ୍ଦ୍ର। ମନେକର ABCD ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର। ଯାହାର $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଏବଂ $\overline{AD}$ ବାହୁ ବୃତ୍ତକୁ ଯଥାକ୍ରମେ P, Q, R ଓ S ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। POQB ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $m\angle B = 90^0$

($\because$ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0।)

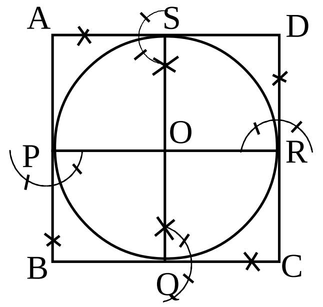
$\left.\begin{array}{l} m\angle OPB = 90^0 \\ m\angle POQ = 90^0 \end{array}\right\}$ $\because$ ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ।

$\therefore$ $m\angle POQ = 90$

ସେହିପରି ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ, $m\angle QOR = m\angle ROS = m\angle SOP = 90^0$

$\therefore$ $\overline{PR}$ ଏବଂ $\overline{SQ}$ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ପରସ୍ପରର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ହେବେ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



[ଚିତ୍ର 6.20]

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

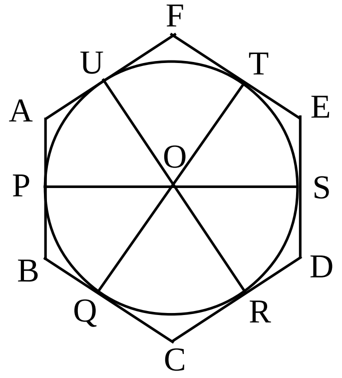
(ii) $\overline{PR}$ ବ୍ୟାସର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overline{SQ}$ ଅଙ୍କନ କର।

(iii) P, Q, R, S ବିନ୍ଦୁରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର।

ଫଳରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ P, Q, R, S ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ହେବେ।

(iv) ABCD ଆବଶ୍ୟକ ପରିଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ।

(c) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ :



[ଚିତ୍ର 6.21]

ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O କେନ୍ଦ୍ର।

ମନେକର ABCDEF ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ। ଏହାର $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତକୁ P, Q, R, S, T, U ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି।

ବର୍ତ୍ତମାନ QCRO ଚତୁର୍ଭୁଜରେ

$\left.\begin{array}{l} m\angle OQC = 90^0 \\ m\angle CRO = 90^0 \end{array}\right\}$ $\because$ ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ।

$m\angle QCR = 120^0$ ($\because$ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 120^0)

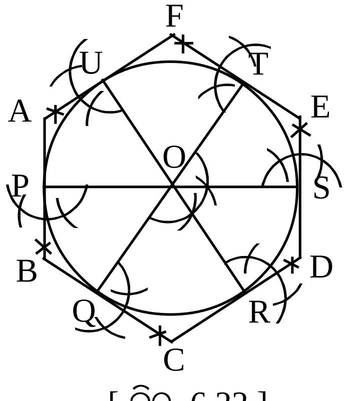
$\therefore$ $m\angle QOR = 60^0$

ସେହିପରି $m\angle ROS = m\angle SOT = m\angle TOU = m\angle UOP = m\angle POQ = 60^0$

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

$\overline{QT}$ ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର।



[ଚିତ୍ର 6.22]

(ii) କେନ୍ଦ୍ରରେ $m\angle QOR = m\angle ROS = 60^0$ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ $\overline{RU}$, $\overline{SP}$ ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର।

(iii) P, Q, R, S, T, U ମଧ୍ୟ ଦେଇ ବ୍ୟାସମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର। ଫଳରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{AB}$ ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ହେବ।

(iv) $\therefore$ ABCDEF ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ହେବ।

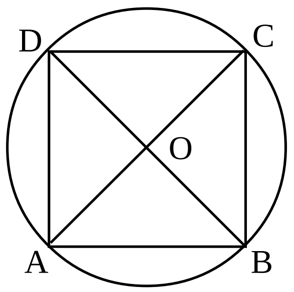
6.6. ଅଙ୍କନ – 6 : ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର (a) ପରିବୃତ୍ତ ଓ (b) ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ

(Drawing (a) Circum-circle and (b) In-circle of a given square.)

(a) ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ :

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତକୁ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିବୃତ୍ତ ଓ ସେହି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ପରିକେନ୍ଦ୍ର କୁହାଯାଏ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିଏ ଦତ୍ତ ଅଛି। ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥିତି ଏବଂ ପରିବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ।



[ଚିତ୍ର 6.23]

ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରର A, B, C, D କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ $\overline{AC}$ ଏବଂ $\overline{BD}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ହେବେ।

∵ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ଓ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି।

∴ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହେବ।

ଫଳରେ $\overline{OA}$ ବା $\overline{OB}$ ବା $\overline{OC}$ ବା $\overline{OD}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେବ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ବର୍ଗଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦତ୍ତ ମାପକୁ ନେଇ ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ 'O' ଦିଅ।

(iii) O କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି OA ବା OB ବା OC ବା OD ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କଲେ ଆବଶ୍ୟକ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କିତ ହେବ।

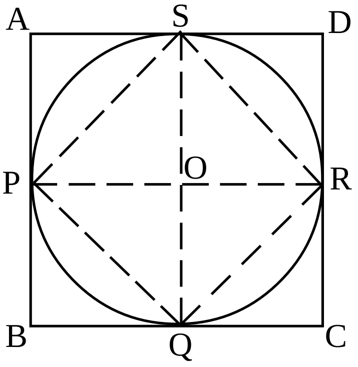
ମନ୍ତବ୍ୟ : ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି। ତେଣୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସାରେ ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ।

(b) ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ :

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତକୁ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଅନ୍ତଃକେନ୍ଦ୍ର କୁହାଯାଏ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ମନେକର ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ABCD ର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ PQRS। P, Q, R, S ବିନ୍ଦୁମାନ ଉଭୟ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ବୃତ୍ତର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି। ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ପ୍ରମାଣ କରିଛ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ।

PQRS ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର। ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ହିଁ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଟେ।



[ଚିତ୍ର 6.24]

ପୁନଶ୍ଚ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ କୌଣସି ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଅଭିନ୍ନ।

∵ $\overline{PR}$ ଓ $\overline{SQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଏବଂ $\overline{AC}$ ଏବଂ $\overline{BD}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ଅଟେ। ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା ଯେ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରର $\overline{AC}$ ଏବଂ $\overline{BD}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ଆବଶ୍ୟକ ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁରୁ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବହିଁ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

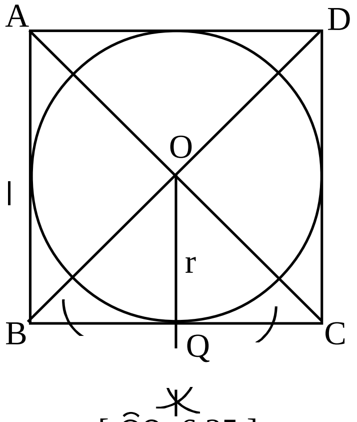
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ବର୍ଗଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦତ୍ତ ମାପକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ଗଚିତ୍ର ABCD ଅଙ୍କନ କର।

(ii) $\overline{AC}$ ଏବଂ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(iii) O ବିନ୍ଦୁରୁ ଯେକୌଣସି ବାହୁପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର। ଚିତ୍ରରେ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{OQ}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି।

(iv) O ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ OQକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କଲେ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ମିଳିବ।



[ଚିତ୍ର 6.25]

ଅନୁଶୀଳନୀ – 6 (c)

1. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।
2. 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସମବାହୁ Δ ପରିଲିଖନ।
3. 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।
4. 1.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପରିଲିଖନ କର।
5. 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।

6. 3.8 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ।

7. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର।

8. 7.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।

9. 8 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିର୍ଲିଖନ କର।

(ସୂଚନା : ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ତ୍ରୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ 90^0, 135^0 ଏବଂ 135^0)

10. 9 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ABC ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ଯାହାର ଭୂମି BC = 7 ସେ.ମି.

11. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ 7 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର।

12. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ତହିଁରେ 6 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।

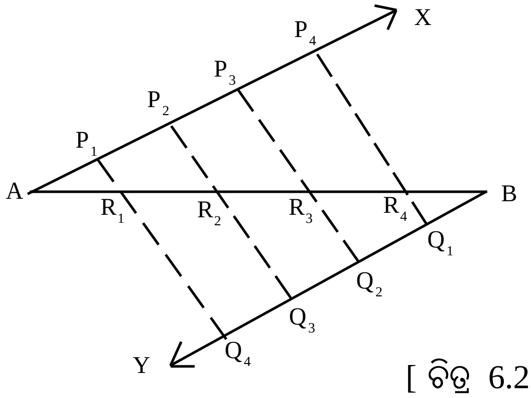
13. 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିର୍ଲିଖନ କର ଯାହାର ଶୀର୍ଷକୋଣ 45^0 ହେବ।

14. ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7.5 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 4 ସେ.ମି.। ଆୟତ ଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

6.7. ଅଙ୍କନ - 7 : ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭାଜନ

(Dividing a line segment of given length into a given number of equal parts.)

$\overline{AB}$ ଏକ ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ମନେକରାଯାଉ, ଏହାକୁ 5 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ଭାଗ କରିବାକୁ ହେବ ।



[ଚିତ୍ର 6.26]

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{AB}$ ର A ଓ B ଠାରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\overrightarrow{AX}$ ଓ $\overrightarrow{BY}$ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି X ଓ Y , $\overline{AB}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହିବେ ଏବଂ $m\angle BAX = m\angle ABY$ ହେବ । ଫଳରେ $\overrightarrow{AX} \parallel \overrightarrow{BY}$ ହେବ ।

(iii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ଓ ଏକ ସୁବିଧାଜନକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହି ଚାପ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{AX}$ କୁ ଛେଦ କରିବ ତାର ନାମ P_1 ଦିଅ । ଏହିପରି ଚାପ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀରେ $\overrightarrow{AX}$ ଉପରେ P_2, P_3, P_4 ବିନ୍ଦୁମାନ (5–1 = 4 ଗୋଟି) ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି $AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = P_3P_4 = r$ ହେବ ।

(iv) ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ (ସୋପାନ (iii) ରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ) ଅବଲମ୍ବନ କରି $\overrightarrow{BY}$ ଉପରେ Q_1, Q_2, Q_3 ଓ Q_4 ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି $BQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = r$ ହେବ ।

(v) $\overline{P_1Q_4}$, $\overline{P_2Q_3}$, $\overline{P_3Q_2}$, $\overline{P_4Q_1}$ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ରେଖାମାନ $\overline{AB}$ କୁ ଛେଦ କରିବେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ R_1, R_2, R_3 ଓ R_4 ଭାବେ ନାମିତ କର ।

$AR_1 = R_1R_2 = R_2R_3 = R_4B$ । ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB}$ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ପରିଣତ ହେଲା ।

ପ୍ରମାଣ : $\Delta AP_4R_4 \sim \Delta BQ_1R_4$ (A-A-A ସାଦୃଶ୍ୟ) (ଚିତ୍ର 6.26 ଦେଖ)

$$\frac{AR_4}{R_4B} = \frac{AP_4}{BQ_1} = \frac{4r}{r} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{AR_4}{R_4B} + 1 = \frac{4}{1} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{AR_4 + R_4B}{R_4B} = \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{AB}{R_4B} = \frac{5}{1} \Rightarrow R_4B = \frac{AB}{5} \text{.......(i)}$$

ସେହିପରି ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ $R_3B = \frac{2}{5}AB$, $R_2B = \frac{3}{5}AB$, $R_1B = \frac{4}{5}AB$ ।

$AR_1 = R_1R_2 = R_2R_3 = R_3R_4 = R_4B \ (= \frac{AB}{5})$

6.8 ଅଙ୍କନ - 8 : ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ ଓ ବହିର୍ବିଭାଜନ ।

(Dividing a given line segment in a given ratio internally and externally.)

$\overline{AB}$ ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ । $\overline{AB}$ କୁ ଏକ ଦତ୍ତ ଅନୁପାତ a : b ରେ (a) ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ (b) ବହିର୍ବିଭାଜନ କରିବାକୁ ହେବ, ଅର୍ଥାତ୍ –

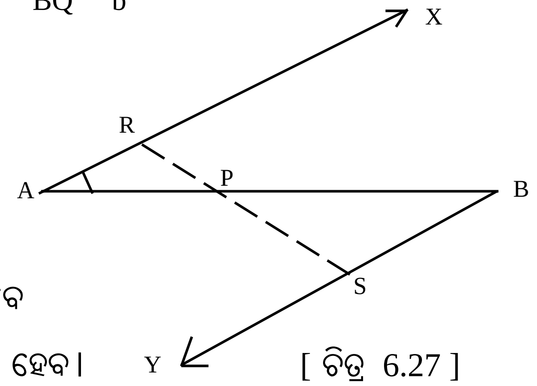
(a) $\overline{AB}$ ଉପରେ P ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେପରି, $\frac{AP}{BP} = \frac{a}{b}$

(b) $\overleftrightarrow{AB}$ ଉପରେ Q ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେପରି, $\frac{AQ}{BQ} = \frac{a}{b}$ ଏବଂ Q–A–B ବା A–B–Q ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : (a) ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ :

(i) ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{AB}$ ର A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଠାରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\overrightarrow{AX}$ ଓ $\overrightarrow{BY}$ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି X, Y, $\overleftrightarrow{AB}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବେ ଓ $m\angle XAB = m\angle ABY$ ହେବ । ଫଳରେ $\overrightarrow{AX} \parallel \overrightarrow{BY}$ ହେବ।



[ଚିତ୍ର 6.27]

(ଦତ୍ତ ଅନୁପାତ a : b ରେ a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଏଠାରେ $a < b$)।

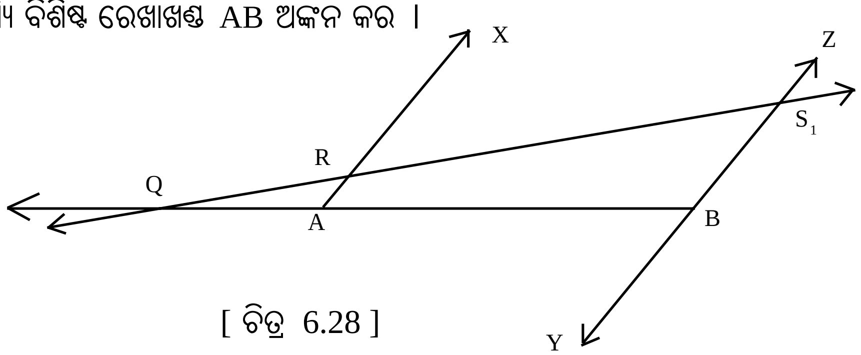
(iii) କମ୍ପାସରେ ଆବଶ୍ୟକମତେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overrightarrow{AX}$ ଉପରେ R ଓ $\overrightarrow{BY}$ ଉପରେ S ଚିହ୍ନଟ କର, ଯେପରିକି AR = a ଏକକ ଓ BS = b ହେବ ।

(iv) $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) $\overleftrightarrow{RS}$ ଓ $\overline{AB}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ କୁ P ନାମ ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ P ବିନ୍ଦୁରେ a : b ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜିତ ହେଲା ।

(b) ବହିର୍ବିଭାଜନ :

(i) ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।



[ଚିତ୍ର 6.28]

(ii) $\overline{AB}$ ର A ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{AX}$ ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{BY}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି X ଓ Y $\overline{AB}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହିବେ ଓ $m\angle XAB = m\angle ABY$ ହେବ । ତତ୍ପରେ $\overrightarrow{BY}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{BZ}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ $\overrightarrow{AX}$ ଉପରେ R ଓ $\overrightarrow{BZ}$ ଉପରେ S_1 ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର
ଯେପରିକି AR = a ଏକକ ଏବଂ BS_1 = b ଏକକ ।

(iv) $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) $\overleftrightarrow{RS}$ ଓ $\overleftrightarrow{BA}$ ର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁକୁ Q ନାମ ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ Q ବିନ୍ଦୁରେ a : b ଅନୁପାତରେ ବର୍ହିର୍ବିଭାଜିତ ହେଲା ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଯଦି ଅନୁପାତ a : b ରେ a < b ହୋଇଥାଏ, ତେବେ Q-A-B ହେବ, ଅର୍ଥାତ୍ AQ < BQ ହେବ । ଯଦି a > b ହୋଇଥାଏ, ତେବେ A-B-Q ହେବ; ଅର୍ଥାତ୍ AQ > BQ ହେବ ।

ଦତ୍ତ ଅନୁପାତ a : b ରେ $\overline{BA}$ ର ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ (ବା ବହିର୍ବିଭାଜନ) ସମୟରେ AR = a ଏବଂ BS = b

(ବା BS_1 = b, ଯେଉଁଠି $\overrightarrow{BY}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଉପରେ S_1 ଅବସ୍ଥିତ) ନିଆଯିବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $\overline{AB}$ ର ବହିର୍ବିଭାଜନ ସମୟରେ –

(i) Q ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି $\overrightarrow{BA}$ ଉପରେ ଏପରି ହେବ ଯେ Q-A-B ଯଦି a < b

(ii) Q ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି $\overrightarrow{AB}$ ଉପରେ ଏପରି ହେବ ଯେ A – B – Q ଯଦି a > b

ପ୍ରମାଣ : (a) Δ APR ~ Δ BSP (କୋ–କୋ–କୋ–ସାଦୃଶ୍ୟ) $\Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AR}{BS} = \frac{a}{b}$

ଏଠାରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ P ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ଫଳରେ ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ କୁ a : b ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ କରୁଛି ।

(b) Δ RAQ ~ S_1BQ (କୋ–କୋ–କୋ ସାଦୃଶ୍ୟ) $\Rightarrow \frac{AQ}{BQ} = \frac{AR}{BS_1} = \frac{a}{b}$

ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ Q-A-B ବା Q ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ ର ବହିଃସ୍ଥ ।

ଫଳରେ Q ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ କୁ a : b ଅନୁପାତରେ ବହିର୍ବିଭାଜନ କରୁଛି ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (d)

1. (i) 6.5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କର ।

   (ii) 7.6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାକୁ 4 ସମାନ ଭାଗ କର ।

2. 7.2 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ 6 ଭାଗ କର ।

3. 6.4 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାକୁ 3:2 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କର ।

4. 6.5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କରି 5:3 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ ଓ ବହିର୍ବିଭାଜନ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ନିରୂପଣ କର ।

5. 7.5 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ଅଂଶରେ ଭାଗ କର, ଯେପରିକି ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 4:3 ହେବ । ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{PQ}$ ର ଦୁଇ ଅଂଶର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ।

6. ΔABC ରେ BC = 6.5 ସେ.ମି., $\overline{BY}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. ଓ $\overline{CZ}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5.5 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

ସୂଚନା :

ମନେକର ମଧ୍ୟମା ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ G, ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀରେ $\frac{2}{3}$BY = BG ଓ $\frac{2}{3}$CZ = CG ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପ୍ରଥମେ ΔBCG ଅଙ୍କନ କର । $\overrightarrow{BG}$ ଉପରେ Y ବିନ୍ଦୁ ଓ $\overrightarrow{CG}$ ଉପରେ Z ବିନ୍ଦୁ ନିରୂପଣ କର ।

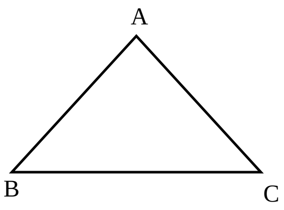
6.9. ଅଙ୍କନ – 9 : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

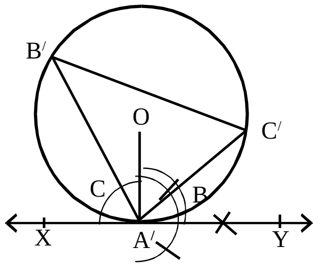
(Inscribing a triangle similar to a given triangle in a given circle.)

ମନେକରାଯାଉ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ABC ଏକ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : (i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର । ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ହେଉ ।





[ଚିତ୍ର 6.29]

(ii) $\overline{OA'}$ ଅଙ୍କନ କରି A/ ଠାରେ 90^0 ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ $\angle OA'Y$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overrightarrow{A'Y}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{A'X}$ ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତପ୍ରତି A/ ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{XY}$ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) A/ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଜ୍ୟା $\overline{A'C'}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $m\angle C'A'Y = m\angle ABC$ ହେବ । ସେହିପରି $\overline{A'B'}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $m\angle XA'B' = m\angle ACB$ ହେବ ।

(v) $\overline{B'C'}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ $\Delta A'B'C'$ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପ୍ରମାଣ : $m\angle C'A'Y = m\angle ABC$ (ଚିତ୍ର 6.29 ଦେଖ)

କିନ୍ତୁ $m\angle C'A'Y = m\angle A'B'C'$ (ଏକାନ୍ତର ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ)

$\therefore m\angle ABC = m\angle A'B'C'$ ....(i)

ସେହିପରି $m\angle XA'B' = m\angle ACB$

କିନ୍ତୁ $m\angle XA'B' = m\angle A'C'B'$ (ଏକାନ୍ତର ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ)

$\therefore m\angle ACB = m\angle A'C'B'$ ....(ii)

$\therefore$ (i) ଓ (ii) ରୁ ପାଇବା $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

ଅଙ୍କନ – 10 : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ :

(Circumscribing a triangle similar to a given triangle in a given circle.)

ମନେକରାଯାଉ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : (i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କର । ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ହେଉ ।

(ii) $\overline{OM}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର ।

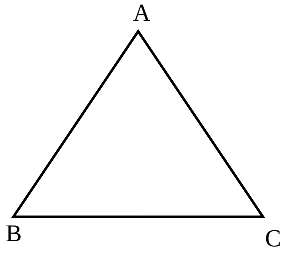
(iii) ଅନ୍ୟ ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{ON}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $\angle MON$ ର ପରିମାଣ $(180^0 - B)$ ଅର୍ଥାତ୍ $\angle B$ର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ହେବ ।

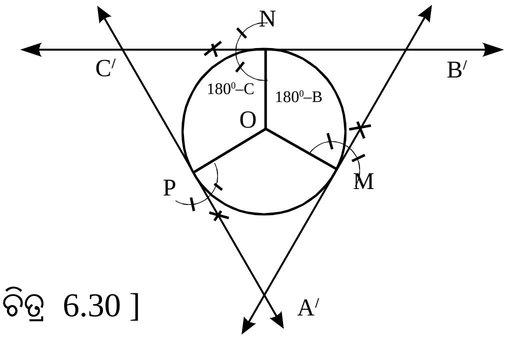
(iv) ପୁନଶ୍ଚ $\overline{OP}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $\angle NOP$ ର ପରିମାଣ $(180^0 - C)$ ର ଅର୍ଥାତ୍ $\angle C$ ର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ହେବ ।

(v) ବର୍ତ୍ତମାନ M, N ଓ P ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ମାନ ଅଙ୍କନ କର ।

(vi) M ଓ N ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ, N ଓ P ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଏବଂ P ଓ M ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ B', C', A' ହେଉ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦତ୍ତବୃତ୍ତରେ ΔABC ର ସଦୃଶ $\Delta A'B'C$ ପରିଲିଖିତ ହେଲା ।





[ଚିତ୍ର 6.30]

ପ୍ରମାଣ : $OMB'N$ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ

$m\angle OMB' + m\angle ONB' = 180^0$ (ସ୍ପର୍ଶକ ଓ ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେତୁ)

$\therefore m\angle MON + m\angle A'B'C' = 180^0$

$\Rightarrow 180^0 - m\angle B + m\angle A'B'C' = 180^0 \Rightarrow m\angle A'B'C' = m\angle B$

ସେହିପରି ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ, $m\angle A'C'B' = m\angle C$ ଏବଂ $m\angle B'A'C' = m\angle A$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (e)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 6 ସେ.ମି., $m\angle BAC = 60^0$ ଏବଂ $\overline{AD}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.5 ସେ.ମି. । ΔABCର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

2. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 6 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ $\overline{AD}$ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.5 ସେ.ମି. । ΔABCର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ପରିଲିଖନ କର ।

3. କୌଣସି Δ XYZ ଅଙ୍କନ କର । Δ XYZ ର ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ବାହୁର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ହେବ ।

4. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 5.7 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ $\overline{BE}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.8 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି 2.3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ପରିଲିଖନ କର ।

5. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 5.3 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ $m\angle C = 45^0$ । 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ Δ ABCର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର।

6. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 7 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ b+c = 11.2 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ସଦୃଶକୋଣୀ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ 1.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ପରିଲିଖନ କର ।

7. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $m\angle A = 75^0$, AC = 9 ସେ.ମି., AB = 6 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ଏକ ସଦୃଶକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ 2 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।