ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

(PROBABILITY)

4.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେମାନେ "ସମ୍ଭାବ୍ୟତା" ସଂପର୍କରେ ଅବଗତ ହୋଇ ସାରିଛ। ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ (Experiment) ଏବଂ ଏହାର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (observation) ରୁ ଆସୁଥିବା ଫଳାଫଳକୁ ଆଧାର କରି "ସମ୍ଭାବ୍ୟତା"କୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ମାପ କରାଯାଉଥିବାର ସୂଚନା ମଧ୍ୟ ପାଇ ସାରିଛ । ଏକ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା(Empirical Prbability) ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସାଧାରଣତଃ ଏକ ପ୍ରକୃତ ପରୀକ୍ଷଣରୁ ଉଦ୍ଭବ ଘଟଣାଟିର ବାରମ୍ବାରତା ଏବଂ ପରୀକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ; ଏହା ତୁମେମାନେ ଜାଣିଛ ଏବଂ ଏହାକୁ ଆଧାର କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଛ । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଆଧାରିତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର କିଛି ଧାରଣା ମଧ୍ୟ ହାସଲ କରିଛ ।

ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (Theoretical Probability) ଜାଣିବା ସହ କେତେକ ଘଟଣା ସହ ଜଡ଼ିତ ବିଭିନ୍ନ ପଦ ସଂପର୍କିତ ଧାରଣା ଏବଂ 'ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ'କୁ ଆଧାର କରି ଘଟଣା କିମ୍ବା ଘଟଣାବଳୀ ଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବ ।

4.2 ଆନୁଭବିକ ଏବଂ ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (Empirical and Theoretical Probability) :

ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଧାରଣା ସାଧାରଣତଃ ପରୀକ୍ଷଣ (Experiments) ଏବଂ ଏହାର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (observations) ଉପରେ ଆଧାରିତ ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପରୀକ୍ଷା ସିଦ୍ଧ ହୋଇଥାଏ । ଏହାକୁ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ଜାଣିଛ । ପରୀକ୍ଷଣରୁ ଉଦ୍ଭବ ଫଳାଫଳର ପ୍ରକୃତ ଉପସ୍ଥାପନା କରାଯାଇ ଘଟଣାଟିର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ ସମ୍ଭବ । ଏହି ପ୍ରକାରର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣକୁ **ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ବା ଆନୁଭବିକ (Empirical) ସମ୍ଭାବ୍ୟତା** କୁହାଯାଏ । ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଦତ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣ –1 କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଜାଣିବା ଯେ, ମୁଦ୍ରାର ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମାଗତ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟସ୍‌ରେ ପଡୁଥିବା H କିମ୍ବା T ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରି P(H) କିମ୍ବା P(T) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଓ 0.5 ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{2}$ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କ୍ରମେ କ୍ରମେ କମି ଆସୁଛି । ସେହିପରି ପରୀକ୍ଷଣ - 2 ରେ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବାର ସଂଖ୍ୟାର ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫଳାଫଳ (1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6)ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.166 କିମ୍ବା $\frac{1}{6}$ ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେଉଛି ।

ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଫଳଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{1}{6}$ ପାଇଲେ; ଯାହା ପରୀକ୍ଷା ସିଦ୍ଧ ବା ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ।

$\therefore$ 'ଘଟଣା'ର ଆନୁଭବିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= \dfrac{\text{ଆବଶ୍ୟକ ଫଳଟିର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ପରୀକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା}}$

ଆନୁଭବିକ (Empirical) ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ ଆଧାରରେ ନିମ୍ନ କେତେକ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 1 – ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 20 ଥର ଟସ୍ କରିବାରୁ 7 ଥର T ଆସିଲେ P(T) ଓ P(H) ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ :– ସମୁଦାୟ 20 ଥର ଟସ୍‌ରୁ 7 ଥର 'T' ଆସିଲେ, 'H' ଆସିବ 13 ଥର ।

$P(T) = \dfrac{\text{T ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା}} = \dfrac{7}{20}$ ଏବଂ $P(H) = \dfrac{\text{H ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା}} = \dfrac{13}{20}$

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 30 ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ସଂଖ୍ୟା 1 ଓ 2 ପ୍ରତ୍ୟେକେ 4 ଥର, ସଂଖ୍ୟା 3,4 ଓ 5 ପ୍ରତ୍ୟେକ 5 ଥର ପଡ଼ିଲେ P (6) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ – ଏଠାରେ 1 ର ବାରମ୍ବାରତା = 4, 2 ର ବାରମ୍ବାରତା = 4,
3 ର ବାରମ୍ବାରତା = 5, 4 ର ବାରମ୍ବାରତା = 5 ଓ
5 ର ବାରମ୍ବାରତା = 5

$\therefore$ 6 ର ବାରମ୍ବାରତା $= 30 - (4 + 4 + 5 + 5 + 5) = 7$

$P(6) = \dfrac{\text{6 ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ସମୁଦାୟ ଗୋଟି ଗଡ଼ିବା ସଂଖ୍ୟା}} = \dfrac{7}{30}$

ଉଦାହରଣ - 3 : ଏକ ଫୁଟବଲ୍ ଖେଳରେ 15 ଟି ଗୋଲ୍ ହୋଇଥିଲା । ଯଦି ଗୋଟିଏ ପକ୍ଷ 5 ଟି ଗୋଲ୍ ଦେଇଥାନ୍ତି, ତେବେ ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷ ଗୋଲ୍ ଦେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ :– ଅନ୍ୟପକ୍ଷର ଗୋଲ୍ ଦେବାର ଘଟଣାକୁ E ନିଆଯାଉ ।

E ର ବାରମ୍ବାରତା = 15 - 5 = 10

$P(E) = \dfrac{\text{E ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ସମୁଦାୟ ଗୋଲ୍ ସଂଖ୍ୟା}} = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$

ଉଦାହରଣ - 4 : ଏକ ଫାଟକକୁ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଯାନବାହନମାନଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ଅଟେ ।

P (କାର୍) = $\frac{1}{4}$, P (ଟ୍ରକ୍) = $\frac{1}{8}$, P (ଦୁଇ ଚକିଆ ଗାଡ଼ି) = $\frac{1}{2}$ ଓ P (ଟ୍ରାକଟର) = $\frac{1}{8}$

ଯଦି ପ୍ରତି ଦିନ ହାରାହାରି 4000 ଖଣ୍ଡ ଯାନ ଫାଟକ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥାଏ ତେବେ ଯାନବାହନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର କାର, ଟ୍ରକ୍, ଦୁଇଚକିଆ ଗାଡ଼ି ଓ ଟ୍ରାକଟର୍‌ମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ x, y, z ଓ w । ଅତଏବ n = x + y + z + w = 4000

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{x}{n}=\frac{1}{4},\frac{y}{n}=\frac{1}{8},\frac{z}{n}=\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{w}{n}=\frac{1}{8}$

କିମ୍ବା $\frac{x}{4000}=\frac{1}{4},\frac{y}{4000}=\frac{1}{8},\frac{z}{4000}=\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{w}{4000}=\frac{1}{8}$

$x=\frac{4000}{4}=1000,\ y=\frac{4000}{8}=500,\ z=\frac{4000}{2}=2000$ ଓ $w=\frac{4000}{8}=500$

∴ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ହାରାହାରି 1000 କାର, 500 ଟ୍ରକ, 2000 ଦୁଇଚକିଆ ଗାଡ଼ି ଓ 500 ଟ୍ରାକ୍‌ଟର ଫାଟକ ଅତିକ୍ରମ କରନ୍ତି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

1. ଅଷ୍ଟାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଫରାସୀ ପ୍ରକୃତିବିଦ୍ Comte de Buffon ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 4040 ଥର ଟସ୍ କରି ଜାଣିଲେ ଯେ, H, 2048 ଥର ଆସୁଛି ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ H ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{2048}{4040}=0.507$

2. ବ୍ରିଟେନ୍‌ର ଗଣିତଜ୍ଞ J.E. Kerrich, 10000 ଥର ମୁଦ୍ରାଟସ୍ କରି ଦେଖିଲେ ଯେ, 5067 ଥର H ଆସୁଛି ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ H ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{5067}{10000}=0.5067$

3. Karl Pearson, 24000 ଥର ମୁଦ୍ରାଟସ୍ କରି 12012 ଥର 'H' ଆସିବାର ଦେଖିଥିଲେ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ 'H' ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{12012}{24000}=0.5005$

ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରୀକ୍ଷଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଏଠାରେ ଆମେ କହି ପାରିବା କି, ଏକ ଲକ୍ଷ ବା ଦଶ ଲକ୍ଷ ଥର ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରି ଆସୁଥିବା 'H' ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ପୂର୍ବ ଅନୁଭୂତିରୁ କହିପାରିବା ଯେ, ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ 'H' ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.5 ବା $\frac{1}{2}$ । ସେହିପରି ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫଳାଫଳର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{1}{6}$ ହେବ । ଏହାକୁ **ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ (Theoretical) ସମ୍ଭାବ୍ୟତା** କୁହାଯାଏ; ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ପରୀକ୍ଷଣ ସିଦ୍ଧ । ଉକ୍ତ ତତ୍ତ୍ୱ ଆଧାରିତ ଧାରଣା ସିଧାସଳଖ ଭାବରେ ଯେକୌଣସି ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : Theoretical probability କୁ Classical Probability ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 5 : ଯଦି "ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଲେ 4 ରୁ କମ୍ ପଡ଼ିବା" ଏକ ଘଟଣା ହୁଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଘଟଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ (favourable) ଅଥବା ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ 1,2 ଓ 3

$\therefore$ ଘଟଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 3

ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇଲେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 6

$$\text{ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା} = \frac{\text{ଘଟଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ପରୀକ୍ଷଣର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ଉକ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (Theoretical or Classical probability) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 6 : ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଲାଲ୍, ନୀଳ ଏବଂ ହଳଦିଆ ଗୋଟି ଥିଲା । ଅନିନ୍ଦିତା ବ୍ୟାଗ୍ ଭିତରକୁ ନ ଚାହିଁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟି କାଢ଼ିଲା । ଗୋଟିଏ ଲାଲ୍, ଗୋଟିଏ ନୀଳ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ହଳଦିଆ ଗୋଟି ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର Y ହେଉଛି ଏକ ଘଟଣା "ବ୍ୟାଗ୍‌ରୁ ବାହାରିଥିବା ହଳଦିଆ ଗୋଟି" । ସେହିପରି B ଏବଂ R ଯଥାକ୍ରମେ ନୀଳ ଏବଂ ଲାଲ୍ ଗୋଟି ବାହାରିବାର ଘଟଣା ।

ଏଠାରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 3 ଏବଂ Y ଘଟଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 1

$\therefore P(Y) = \frac{1}{3}$ । ସେହିପରି $P(B) = \frac{1}{3}$ ଏବଂ $P(R) = \frac{1}{3}$

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : (i) $P(Y) + P(B) + P(R) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

(ii) ପରୀକ୍ଷଣରେ ଏକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଘଟଣାଟିକୁ ମୌଳିକ ଘଟଣା (Elementary Event) କୁହାଯାଏ । ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ Y, B ଏବଂ R ଘଟଣାର ଫଳାଫଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ 1 ହୋଇଥିବାରୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ଘଟଣା ଅଟନ୍ତି ।

ମନେରଖ : ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷଣରେ ମୌଳିକ ଘଟଣା ଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 1।

ଉଦାହରଣ - 7 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ (i) '4' ରୁ ଅଧିକ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ (ii) 4 କିମ୍ବା 4 ରୁ କମ୍ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : (i) ଘଟଣା 'E' = 4 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖା ଥିବା ସଂଖ୍ୟା । ଏଠାରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, 1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 6 । ଘଟଣା E ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 5 ଏବଂ 6 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 2 ।

$\therefore P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(ii) ଘଟଣା 'F' = "4 କିମ୍ବା 4 ରୁ କମ୍ ଲେଖା ଥିବା ସଂଖ୍ୟା" । ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, 1, 2, 3, 4, 5 ଓ 6 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 6 । ଘଟଣା F ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2, 3 ଏବଂ 4 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 4 ।

$\therefore P(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର $P(E) + P(F) = 1$ .... (i)

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

(1) ଘଟଣା 'E' ଏବଂ 'F' ଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଘଟଣା 'E' = 4 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖା ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଘଟଣା 'F' = 4 କିମ୍ବା 4 ରୁ କମ୍ ଲେଖା ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ।

4 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖା ନ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଘଟଣା, F ଘଟଣା ସହ ସମାନ ।

4 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖା ନ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯଦି ଘଟଣା $\overline{E}$ କିମ୍ବା E' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ତେବେ $P(\overline{E}) = P(F)$

$\therefore P(E) + P(\overline{E}) = 1$ [(i) ରୁ]

$\Rightarrow P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

ମନେରଖ : ଯେକୌଣସି ଘଟଣା E ପାଇଁ $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

(2) ଘଟଣା $\overline{E}$ ଘଟଣା E ର ପରିପୂରକ ଘଟଣା । ଅର୍ଥାତ୍ E ଏବଂ $\overline{E}$ କିମ୍ବା E' ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରିସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

ଉଦାହରଣ - 8 : ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କଲେ, ଟସ୍‌ରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ (H) ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କରିଲେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ HH, HT, TH ଓ TT ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 4 ।

ଘଟଣା E ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବା ଏକ ଘଟଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, HH, HT, TH ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା = 3

$\therefore P(E) = \frac{3}{4}$

$\therefore$ ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାର ଟସ୍‌ରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{3}{4}$

ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣିଛୁ $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(ଯେଉଁଠାରେ $P(\overline{E})$ = ଘଟଣା "ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାର ଟସ୍‌ରେ କୌଣସିଟି H ନୁହେଁ'' ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{1}{4}$)

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର "ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାର ଟସ୍‌ରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବା" ଏବଂ "ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାର ଟସ୍‌ରେ କୌଣସିଟି H ନୁହେଁ" ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (a)

1. (i) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । "ଫଳ 8" ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(ii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । "ଫଳ 7 ରୁ କମ୍'' ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(iii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । "ଫଳ ≤ 3'' ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(iv) ମିଲି ଓ ଲିମା ଟେନିସ୍ ଖେଳୁଥିଲେ । ଯଦି ଖେଳରେ ମିଲି ଜିଣିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.62 ହୁଏ, ତେବେ ଲିମା ହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(v) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । "ଫଳ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ T'' ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

(vi) ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷଣରେ ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ବା ସରଳ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

(vii) $P(E) = 0.05$ ହେଲେ $P(\bar{E})$ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

2. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 30 ଥର ଟସ୍ କଲେ 16 ଥର H ଆସିଲା । ଏହି ପରୀକ୍ଷଣ ରେ P(H) ଓ P(T) ନିରୂପଣ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 30 ଥର ଟସ୍ କରାଯିବାରୁ H ଯେତେ ଥର ଆସିଲା ତାର ଦୁଇ ଗୁଣ ଥର T ଆସିଲା । ତେବେ P(H) ଓ P(T) ନିରୂପଣ କର ।

4. ଯଦି ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 30 ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ 4 ଥର ସଂଖ୍ୟା 1, 5 ଥର ସଂଖ୍ୟା 2, 6 ଥର ସଂଖ୍ୟା 3, 7 ଥର ସଂଖ୍ୟା 4 ଓ 8 ଥର ସଂଖ୍ୟା 5 ଆସେ; ତେବେ ସଂଖ୍ୟା 6 ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

5. 20 ଟି ଚାରା ଗଛ ଲଗାଗଲା । ସେଥିରୁ 8 ଚାରା ଗଛ ବଞ୍ଚିଲା । ଅବଶିଷ୍ଟ ମରିଗଲା । ମରିଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଚାରାଗଛର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

6. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍‌ର 100 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ମାଟ୍ରିକ ପରୀକ୍ଷାରେ 10 ଜଣ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ, 15 ଜଣ ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀରେ, 50 ଜଣ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଶ କଲେ । ଅବଶିଷ୍ଟ ଛାତ୍ର ଫେଲ୍ ହେଲେ । ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଶ୍ କରିଥିବା ଛାତ୍ରଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଏବଂ ଫେଲ୍ ଛାତ୍ରଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. 40 ଟି କଖାରୁ ମଞ୍ଜି ବୁଣାଗଲା । ସେଥିରୁ 15 ଟିର ଅଙ୍କୁରୋଦ୍‌ଗମ ହେଲା । 10 ଟି ଅଙ୍କୁରିତ ହୋଇ ମରିଗଲା । ଅବଶିଷ୍ଟ ମଞ୍ଜି ଅଙ୍କୁରିତ ହେଲା ନାହିଁ । ଅଙ୍କୁରିତ ନ ହୋଇ ଥିବା ଓ ଅଙ୍କୁରିତ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ମଞ୍ଜିର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ ତିନୋଟି ନୀଳ, ଦୁଇଟି ଧଳା ଓ ଚାରୋଟି ଲାଲ ମାର୍ବଲ ରହିଛି । ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ମାର୍ବଲ ବାକ୍ସରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା (randomly) ବଛାଗଲା । ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ ଧଳା ମାର୍ବଲ ଆସିବାର,

(ii) ଗୋଟିଏ ନୀଳ ମାର୍ବଲ ଆସିବାର ଓ

(iii) ଗୋଟିଏ ଲାଲ ମାର୍ବଲ ଆସିବାର

9. ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗରେ ପାଞ୍ଚଟି ଧଳା, ଚାରୋଟି ଲାଲ୍ ଏବଂ ତିନୋଟି କଳା ଏକ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ବଲ୍ ରହିଛି । ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ କଳା ବଲ୍ ଆସିବାର

(ii) ଗୋଟିଏ ଲାଲ୍ ବଲ୍ ନଆସିବାର

(iii) ଗୋଟିଏ ଧଳାବଲ୍ ନ ଆସିବାର

10. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 60 ବୈଦ୍ୟୁତିକ ବଲ୍‌ବ ଅଛି । ସେଥିର 12 ଟି ଖରାପ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଭଲ ବଲ୍‌ବ । ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବଲ୍‌ବ ଯଦୃଚ୍ଛା ବାହାର କରାଗଲା । ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ ଭଲ ବଲ୍‌ବ ବାହାରିବା

(ii) ଗୋଟିଏ ଖରାପ ବଲ୍‌ବ ବାହାରିବା

4.3 ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଆଧାରିତ କେତେକ ଧାରଣା :

ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱର ସହାୟତାରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଧାରଣା ପାଇବା ଅପେକ୍ଷାକୃତ ଏକ ଉତ୍କୃଷ୍ଟ ପନ୍ଥା । ଏଥିପାଇଁ ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଧାରଣା ଆବଶ୍ୟକ । ପ୍ରଥମେ ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ର ଉଦାହରଣ ନେବା । ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା (ନିରପେକ୍ଷ ମୁଦ୍ରା)କୁ ଟସ୍ କଲେ ଫଳ H କିମ୍ବା T ମିଳିବ । ଏହା ଫଳ ଦ୍ୱୟ କୁ ଉପାଦାନ ରୂପେ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍ S ହେଲେ

S = {H, T} .... (i)

ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌କୁ ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ ପରୀକ୍ଷଣର ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ (Sample space) କୁହାଯାଏ । ଠିକ୍ ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ ଫଳ 1, 2, 3, 4, 5, ଓ 6 ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ବି ମିଳିବ ।

ଏହି ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ....(ii)

ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇ ଥର ଟସ୍ କଲେ ଅଥବା ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କରାଗଲେ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍

S = {HH, HT, TH, TT} ....(iii)

(ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଟିଏ ଫଳ HT ର ଅର୍ଥ ହେଲା ପ୍ରଥମ ଟସ୍‌ର ଫଳ H ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଟସ୍ ର ଫଳ T ଅଟେ ।)

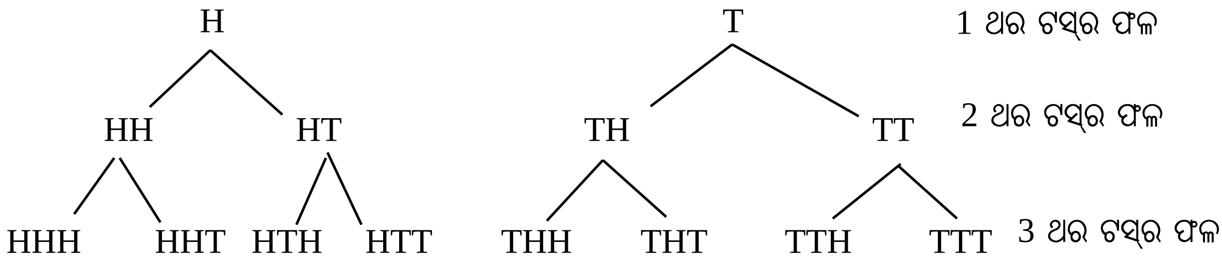
ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇ ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ବା ଦୁଇଟି ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଆମେ ଯେଉଁ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ଟି ପାଇବା ତାହା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା ।

S = {11, 12, 13, 14, 15, 16,
21, 22, 23, 24, 25, 26,
31, 32, 33, 34, 35, 36,
41, 42, 43, 44, 45, 46,
51, 52, 53, 54, 55, 56
61, 62, 63, 64, 65, 66} .... (iv)

(i) ଓ (iii) ରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛେ ଯେ ମୁଦ୍ରାକୁ n ଥର ଟସ୍ କଲେ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 2^n ଏବଂ

(ii) ଓ (iv)ରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛେ ଯେ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ n ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳ ସଂଖ୍ୟା= 6^n ହେବ ।

(ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟିରେ ଏକ ଥର, ଦୁଇ ଥର ଓ ଶେଷରେ 3 ଥର ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ର ଫଳାଫଳ ସ୍ଥିରିକୃତ ହୋଇଛି ।



ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ର ଫଳକୁ ଦୁଇଭାଗ କରି ଗୋଟିକରେ H ଓ ଅପରଟିରେ T ଲେଖିଲେ ଆମକୁ ସମସ୍ତ ଫଳ ମିଳିବ । ଉପରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଟିର ଶେଷ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା 8 ଗୋଟି ଫଳ କୁ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍ :

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT} ଓ ଏହା 3 ଥର ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ ଅଟେ ।)

4.3.1 ଘଟଣା (Event) : ପରୀକ୍ଷଣ ରେ ଲବ୍ଧ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ ଏହାର ଯେ କୌଣସି ଉପସେଟ୍ E ଉକ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣ ଜନିତ ଏକ ଘଟଣା ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ମନେକର 2 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । ତେବେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ଟି

S = {HH, HT, TH, TT}

ମନେକର ଘଟଣା E 'ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ T ଥିବ' କୁ ସୂଚାଏ । ତେବେ ଏଠାରେ S ରେ ଥିବା ଫଳ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ HT, TH, TT ଫଳ ତିନିଗୋଟି E ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଅର୍ଥାତ୍ E ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳ ଅଟନ୍ତି ।

ସୁତରାଂ ଘଟଣା E = {HT, TH, TT}

'ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ T ଥିବା' ଘଟଣାକୁ 'E' ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ -9 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 2 ଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣା ଗୁଡ଼ିକ ନିରୂପଣ କର ।

(i) E_1 : ସମଷ୍ଟି ≤ 3 (ii) E_2 : ସମଷ୍ଟି = 9 (iii) E_3 : ସମଷ୍ଟି = 13

ସମାଧାନ – ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ 2 ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ରେ 36 ଗୋଟି ଉପଦାନ

[4.3 ଅନୁଚ୍ଛେଦ (iv)] ଥାଏ ।

(i) ଘଟଣା E_1 : ସମଷ୍ଟି ≤ 3 ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 12, 21 ଓ 11

$\therefore\ E_1 = \{12, 21, 11\}$

(ii) ଘଟଣା E_2 : ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହୀତ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 63, 36, 45 ଓ 54

$\therefore\ E_2 = \{63,\ 36,\ 45,\ 54\}$

(iii) ଘଟଣା E_3 : ସମଷ୍ଟି 13 ଏକ ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା । $\therefore\ E_3 = \phi$

[**ସୂଚନା :** ଶୂନ୍ୟ ସେଟ ϕ ଯେ କୌଣସି ସେଟ୍ ର ଉପସେଟ ହେତୁ ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ଘଟଣା ଭାବେ ନିଆଯିବ]

ବର୍ତ୍ତମାନ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସେଟ୍ ସଂପର୍କୀତ ପଦ ସହ ପରିଚିତ ହେବା ବିଧେୟ । ସେଗୁଡ଼ିକର ଆଲୋଚନା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା । ଏହି ଆଲୋଚନାରେ S ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସକୁ ଓ E ଘଟଣାକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ $E \subset S$ ଅଟେ ।

(i) ସରଳ ବା ମୌଳିକ ଘଟଣା (Simple or Elementary Event) : ଏକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଘଟଣାକୁ ସରଳ ଘଟଣା ବା ମୌଳିକ ଘଟଣା କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଥରେ ମୁଦ୍ରା ଟସ ରେ {H} ଓ {T} ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଘଟଣା । ଦୁଇ ଥର ମୁଦ୍ରା ଟସରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ {HH}, {HT}, {TH} ଓ {TT} ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଘଟଣା ।

(ii) ଯୌଗିକ ଘଟଣା (Compound Events) : ଏକାଧିକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଘଟଣାକୁ ଯୌଗିକ ଘଟଣା କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଦୁଇ ଥର ମୁଦ୍ରା ଟସରେ {TH, HH, HT}{HH,TT} ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଯୌଗିକ ଘଟଣା । ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି, ଦୁଇଥର ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ରେ S = {TH, TT, HH, HT}

(iii) ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା (Mutually exclusive events) : ଦୁଇଟି ଘଟଣା E_1 ଓ E_2 (ଯେଉଁଠାରେ E_1 , $E_2 \subset S$) ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଯଦି E_1 ଓ E_2 ଅଣଚ୍ଛେଦୀ ଅର୍ଥାତ୍ $E_1 \cap E_2 = \phi$ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ {H} ଓ {T} ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ଓ ଦୁଇ ଥର ଟସ୍ ରେ {HH,TH} ଓ {TT} ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ।

(iv) ପରିପୂରକ ଘଟଣା (Complementary events) :

E_1 ଓ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେବେ ଯଦି E_1 ଓ E_2 ପରସ୍ପରର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଓ ସେମାନଙ୍କ ସଂଯୋଗ (E_1 U E_2) ହେତୁ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ S ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, E_1 = {H} ଓ E_2 = {T} ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ଥରେ ମୁଦ୍ରାଟସରେ ପରିପୂରକ ଓ E_1 = {HH}, E_2 = {HT, TH, TT} ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ଦୁଇଥର ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ରେ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

4.3.2 ଏକ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ର ସଂଜ୍ଞା :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛେ ଯେ E ଏକ ଘଟଣା ଓ S ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ ହେଲେ E ଘଟଣାର ସମ୍ଭବ୍ୟତା P(E) ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ।

$$P(E) = \frac{\text{E ରେ ଥିବା ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{S ରେ ଥିବା ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{|E|}{|S|}$$

ଅର୍ଥାତ୍ S ରେ ଥିବା ଫଳମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ E ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଅଥବା E ଘଟଣାଦ୍ୱାରା ଅନୁଗୃହିତ ସେଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା (|E|) ଏବଂ S ରେ ଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ତ ଫଳ (|S|) ର ଆନୁପାତିକ ସଂଖ୍ୟା ଆମକୁ E ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଦିଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଥରେ ମୁଦ୍ରାଟସ କଲେ $S = \{H, T\}$ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ ଅଟେ । ଏଠାରେ $|S| = 2$ କାରଣ S ରେ ଦୁଇଟି ଉପାଦାନ ଅଛନ୍ତି । ଯଦି E_1, E_2, E_3 ଓ E_4 ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିବା

E_1 = 'H ଫଳ ମିଳିବ' = {H}, E_2 = 'T ଫଳ ମିଳିବ' = {T}

E_3 = 'H କିମ୍ବା T ଫଳ ମିଳିବ' = {H,T} ଏବଂ E_4 = 'H ଓ T ରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ' = ϕ ହୁଏ

ତେବେ $|E_1| = 1$, $|E_2| = 1$, $|E_3| = 2$ ଓ $|E_4| = 0$ । ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ

$P(E_1) = \frac{|E_1|}{|S|} = \frac{1}{2}$, $P(E_2) = \frac{|E_2|}{|S|} = \frac{1}{2}$, $P(E_3) = \frac{|E_3|}{|S|} = \frac{2}{2} = 1$ ଓ $P(E_4) = \frac{|E_4|}{|S|} = \frac{0}{2} = 0$

4.3.3 ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ଧର୍ମ :

(i) $E \subset S$ ଘଟଣା ହେଲେ $P(\phi) = 0$, $P(S)=1$ ଓ $0 \le P(E) \le 1$ । ϕ ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା (Impossible Event) ହୋଇଥିଲା ବେଳେ S ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା (Sure Event) ।

(ii) ଏକ ଘଟଣା (E) ଏବଂ ଏହାର ପରିପୂରକ ଘଟଣା ($\overline{E}$ କିମ୍ବା E') ଦ୍ୱୟ S ର ଉପସେଟ୍ । ଉକ୍ତ ଘଟଣା ଦ୍ୱୟର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗଫଳ 1 । ଅର୍ଥାତ୍ $P(E) + P(E') = 1$

(iii) E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଗୋଟି ଘଟଣା ଅର୍ଥାତ୍ $E_1 \subset S$ ଓ $E_2 \subset S$ ହେଲେ, $E_1 \cup E_2$ ମଧ୍ୟ ଏକ ଘଟଣା କାରଣ $E_1 \cup E_2$ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ S ର ଏକ ଉପସେଟ୍ । ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ,

$|E_1 \cup E_2| = |E_1| + |E_2| - |E_1 \cap E_2|$ (ଯେତେବେଳେ E_1 ଓ E_2 ସେଟ୍‌ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ)

(ନବମ ଶ୍ରେଣୀର "ମାଧ୍ୟମିକ ବୀଜଗଣିତ" ର ସେଟ୍ ଅଧ୍ୟାୟରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର)

$$\therefore P(E_1 \cup E_2) = \frac{|E_1 \cup E_2|}{|S|} = \frac{|E_1| + |E_2| - |E_1 \cap E_2|}{|S|} = \frac{|E_1|}{|S|} + \frac{|E_2|}{|S|} - \frac{|E_1 \cap E_2|}{|S|}$$

$$= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

ଅର୍ଥାତ୍ $\boxed{P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)}$

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : (i) ଏଠାରେ E_1 ଓ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ଅଥବା ସାଧାରଣ ଫଳାଫଳ (Sample Points) ରହିଛି ।

(ii) E_1 ଓ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା ନୁହଁନ୍ତି (Non-Mutually exclusive)

(iii) ଯଦି E_1 ଓ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଅର୍ଥାତ୍ $E_1 \cap E_2 = \phi$ ହୁଏ, ତେବେ $P(E_1 \cap E_2) = 0$ ଓ ଏକ୍ଷେତ୍ରରେ $\boxed{P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)}$

ମନେରଖ : E_1 ଓ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପାଇଁ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$
ଏବଂ E_1 ଓ E_2 ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ହେଲେ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ ।

ଉଦାହରଣ - 10 : ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ କରାଗଲା । ଯଦି E ଘଟଣାଟି "ଗୋଟିଏ H ଗୋଟିଏ T ହୁଏ", ତେବେ E ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 2 ଥର ଟସ୍ କରିବା କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କରିବା ଦ୍ୱାରା ସମାନ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ ମିଳିଥାଏ । ସୁତରାଂ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ $\therefore |S| = 4$

ଏହି ଚାରିଗୋଟି ଫଳ ମଧ୍ୟରୁ E ଘଟଣା ର ଅନୁକୂଳ ଫଳ ଗୁଡ଼ିକ TH ଓ HT ।

$\therefore E = \{TH, HT\}$ ଏବଂ $|E| = 2$

$\therefore$ ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 11 : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇ ଥର ଟସ କରାଗଲା । ଯଦି E ଘଟଣାଟି "ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏ T" ହୁଏ ତେବେ ଘଟଣାଟିର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $S = \{HH, TH, HT, TT\}$ ଓ $|S| = 4$ ।

E ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଫଳ ଗୁଡ଼ିକ TH, HT ଓ TT । $\therefore |E| = 3$

$\therefore$ ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{4}$ ।

ଉଦାହରଣ - 12 : ଦୁଇଟି ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଗଡ଼ାଗଲା । ଉଭବ ଫଳାଫଳରେ ଥିବା "ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ≥11" ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଏହି ପରୀକ୍ଷଣର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ଅନୁଚ୍ଛେଦ 4.3 ର (iv) ରେ ପ୍ରଦତ୍ତ । ଏଠାରେ S ରେ ଥିବା ଫଳ ମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $|S| = 6^2 = 36$ । ଏହି 36 ଟି ଫଳ ମଧ୍ୟରୁ E ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ବା ଅନୁଗୃହିତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 56, 65, 66

$\therefore E = \{56, 65, 66\}$ ଏବଂ $|E| = 3$

$\therefore$ ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 13 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ ଫଳଟି "ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା" ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ Sample Space $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ମନେକର ଘଟଣା E_1 = ଫଳଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଆସିବା ଏବଂ ଘଟଣା E_2 = ଫଳଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅସିବା

ଏଠାରେ E_1 ଓ E_2 ପ୍ରତ୍ୟେକେ S ର ଉପସେଟ୍ । ଏଠାରେ $E_1 = \{2, 4,6\}$ ଏବଂ $E_2 = \{1,3,5\}$

$\therefore |S| = 6,\ |E_1| = 3,\ |E_2| = 3$

ଏଠାରେ ଉଭୟ ଘଟଣା ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା (Mutually Exclusive Events) ଅଟନ୍ତି ।

$\therefore$ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଆସିବା ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$= P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$= \frac{|E_1|}{|S|} + \frac{|E_2|}{|S|} = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \qquad \text{(ଉତ୍ତର)}$$

ଉଦାହରଣ - 14 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ ଫଳଟି "ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା" କିମ୍ବା ଫଳ ≥ 4 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ Sample space $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

ଫଳଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବା ଘଟଣା $E_1 = \{2, 4, 6\}$ ଏବଂ ଫଳଟି ≥ 4 ହେବା ଘଟଣା $E_2 = \{4, 5, 6\}$

$\therefore |E_1| = 3, \; |E_2| = 3$

E_1 ଏବଂ E_2 ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା ନୁହଁନ୍ତି, କାରଣ ଉଭୟ ଘଟଣାରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ଅଛନ୍ତି ।

$E_1 \cap E_2 = \{4, 6\} \Rightarrow |E_1 \cap E_2| = 2$

"ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ଫଳ ≥ 4" ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$$= \frac{|E_1|}{|S|} + \frac{|E_2|}{|S|} - \frac{|E_1 \cap E_2|}{|S|} = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : $E_1 \cup E_2 = \{2,4,6\} \cup \{4,5,6\} = \{2,4,5,6\} \Rightarrow |E_1 \cup E_2| = 4$

ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= P(E_1 \cup E_2) = \dfrac{|E_1 \cup E_2|}{|S|} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ $= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \dfrac{2}{3}$ (ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରମାଣିତ)

$\therefore \; P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ (ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ ପ୍ରତିପାଦିତ)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (b)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଠିକ୍ ଦର୍ଶାଅ ।

(i) ଘଟଣାଟି ϕ ହେଲେ ଏହାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଶୂନ ।

(ii) ଘଟଣା $E = S$, ଯେଉଁଠାରେ S (Sample Space) ତେବେ $P(E) < 1$ ।

(iii) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ Sample Space ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 4 ଅଟେ ।

(iv) 'Probability' ଶବ୍ଦରୁ ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର 'i' ବାଛିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\dfrac{2}{11}$ ।

(v) E_1 ଓ E_2 ($E_1, E_2 \subset S$) ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା ଦ୍ୱୟର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ର ଯୋଗଫଳ 1 ।

(vi) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଦୁଇ ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ଲବ୍ଧ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 36 ।

(vii) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କଲେ ଲବ୍ଧ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ରେ ବିଦ୍ୟମାନ ଉପାଦାନ ମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା

$3^2 = 9$ ।

(viii) 'Mathematics' ଶବ୍ଦରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ "ଅକ୍ଷର" ବାଛିବାର

Sample Space ଟି {m,a,t, h, e, i, c, s} ।

(ix) ଗୋଟିଏ sample space ର E_1 ଏବଂ E_2 ଦ୍ୱୟ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା ହେଲେ

$P(E_2 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ ।

(x) ଥରେ ମୁଦ୍ରାକୁ ଟସ କଲେ $E_1 = \{H\}$ ଘଟଣାଟିର ପରିପୂରକ ଘଟଣା ଟି $E_2 = \{H, T\}$ ।

2. ଏକ ପରୀକ୍ଷଣରେ E_1, E_2, E_3 ଏବଂ E_4 ଚାରିଗୋଟି ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ଘଟଣା । ଏଠାରେ $(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4)$ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ ଘଟୁଥିବା ଘଟଣା । ଦତ୍ତ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକ ସମ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣାମାନଙ୍କ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

(i) ଫଳ ≤ 3 (ii) ଫଳ < 3 (iii) ଫଳ ≤ 4 (iv) ଫଳ < 6 (v) ଫଳ ≤ 6 (vi) ଫଳ > 6

4. 'SCHOOL' ଶବ୍ଦରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର S ବାଛିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ଜାର୍‌ରେ 5 ଗୋଟି ନାଲି, 6 ଗୋଟି ସବୁଜ ଏବଂ 4 ଗୋଟି ନୀଳ ମାର୍ବଲ ରହିଛି । ଜାର୍‌ରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ମାର୍ବଲ୍ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

6. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । ଯଦି E ଘଟଣାଟି "ଫଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା" କୁ ସୂଚାଏ ତେବେ E ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ "ଫଳ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା"କୁ ସୂଚାଉ ଥିବା ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

8. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । ଯଦି "ଫଳ ≤ 5" କୁ ସୂଚାଉ ଥିବା ଘଟଣା E ହୁଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

9. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 2 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣା ଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥିର କରି ସେମାନଙ୍କ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(i) ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏ H ;

(ii) ଫଳ ରେ କେବଳ T ରହିବା ;

(iii) ଫଳରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ H ରହିବା ଓ

(iv) ଫଳରେ H ନ ରହିବା ।

10. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ କରାଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ଟି ଲେଖ ଓ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଘଟଣା ମାନଙ୍କ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

(i) ଫଳରେ କେବଳ T ରହିବା,

(ii) ଫଳରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି H ଥିବା,

(iii) ଫଳରେ ଅତି ବେଶିରେ ଦୁଇଟି T ରହିବା,

(iv) ଫଳରେ କେବଳ H କିମ୍ବା କେବଳ T ଥିବା ଓ

(v) କୌଣସି ଫଳରେ T ନ ଥିବା

11. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇ ଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆ ଯିବାରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଫଳ ଲବ୍ଧ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

(i) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ର ଯୋଗଫଳ = 6,

(ii) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ର ଯୋଗଫଳ = 4,

(iii) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା,

(iv) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ର ଯୋଗଫଳ ≥ 10,

(v) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ର ଯୋଗଫଳ < 6 ଓ

(vi) ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟି 6 ।

12. ଏକ ପରୀକ୍ଷଣରେ ପରସ୍ପର ବର୍ହିଭୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ଘଟଣା E_1 ଓ E_2 ଏପରିକି $P(E_1) = 2P(E_2)$ ଓ $P(E_1) + P(E_2) = 0.9$ । ତେବେ $E_1 \cup E_2$ ଘଟଣା ତଥା E_1 ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

13. ଯଦି E_1 ଓ E_2 ଏପରି ଦୁଇଟି ଘଟଣା ଯେଉଁଠାରେ $P(E_1) = \frac{5}{8}$ ଓ $P(E_2) = \frac{2}{8}$ ଓ $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{8}$ ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥିର କର . ।

(i) $P(E_1 \cup E_2)$ (ii) $P(E_1')$ (iii) $P(E_2')$ (iv) $P(E_1' \cup E_2')$

14. 'MATHEMATICS' ଶବ୍ଦରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର A କିମ୍ବା T ବାଛିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

15. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ 'ଫଳ 5 କିମ୍ବା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା' ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

16. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇବାରୁ "ଫଳ ଅଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଫଳ ≥ 3' ଘଟଣାଟିର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।